531. 円，球ノ幾何ト卵形線ノ幾何トニツイテ

松村宗治（台北大）

(I) 尚円系表面ノ吾等ノ基本量ノ應用トシテ次ノヤウニ考ヘラレル。

イツモノ記号ヲ用ヒテ円系表面ニテ lines of curvature ヲ $t=\text{const.}$, $\tau=\text{const.}$ ニトル．而シテ conjugate direction ガ $\tau=\text{const.}$ ヘノ切線トナス角ヲ θ, θ' トセバ

$$(1)\quad \tan\theta=\sqrt{\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}}\,\frac{d\tau}{dt},\quad \tan\theta'=\sqrt{\frac{(\theta_\tau\theta_\tau)}{(\theta_t\theta_t)}}\,\frac{\delta\tau}{\delta t}$$

デアル、而シテ

$$(2)\quad \tan\theta\tan\theta'=-\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

ガ成立ツ．コヽニ ρ_i ハ考フル円系表面ノ principal radii of normal curvature デアル。

尚亦

$$(3)\quad \tan(\theta'-\theta)=\frac{\rho_2\cot\theta+\rho_1\tan\theta}{\rho_2-\rho_1}$$

デアツテ（3）ノ右辺ヲ θ ＝ツイテ一度微分シテソレヲ零＝等シテ置ケバ

$$(4)\quad \tan\theta=\pm\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

従ツテ此ノトキ（2）ヨリ

$$(5)\quad \tan\theta'=\mp\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

トナル。

此ノ式カラ $\theta'=-\theta$ トナリ

$$\tan(\theta'-\theta)=\pm\frac{2\sqrt{\rho_1\rho_2}}{\rho_2-\rho_1}$$

トナル。

ツマリ円系表面＝ツイテハ上述ノヤウ＝シテ普通一般＝成立ツコトヲノベラレル。（Eisenhart: Diff. Geo. p. 129 及ビ東北理科報告第十七巻第五百二十六頁＝於ケル高須博士ノ論文参照）

（II）東北理科報告第五巻＝於ケル林先生ノ御著論文：On the Usual Parametric curve ヲ参照スルト次ノコトガ吾々ノ円系表面＝於テ分ル。

$t = const.$, $\tau = const.$ ノ geodätischen Torsion ヲ夫々 T_τ^{-1}, T_t^{-1} デ表ハセバ今マデノ吾々ノ記号デ $T_t = -T_\tau$ ヨリ

$$(\theta_t \theta_\tau) = 0 .$$

ナルカ或ハ

$$L : (\theta_t \theta_t) = N : (\theta_\tau \theta_\tau)$$

ガ従フ、亦

$$T_t = T_\tau$$

ヨリ

$$\frac{L}{(\theta_t \theta_t)}, \quad \frac{M}{(\theta_t \theta_\tau)}, \quad \frac{N}{(\theta_\tau \theta_\tau)}$$

ガ arithmetische Progression ヲナスコトガ従フ。(東北理科報告第十七巻第五百三十三頁, 第五百三十八頁ニ於ケル高須博士ノ論文参照)

尚亦 $\rho_t : T_t = -\rho_\tau : T_\tau$ ヨリ

$$M = 0$$

或ハ

$$(\theta_t \theta_t) : L = (\theta_\tau \theta_\tau) : N$$

ガ従フ。

尚又亦

$$\rho_t : T_t = \rho_\tau : T_\tau$$

ヨリ

$$\frac{(\theta_t \theta_t)}{L}, \quad \frac{(\theta_t \theta_\tau)}{M}, \quad \frac{(\theta_\tau \theta_\tau)}{N}$$

ガ *arithmetische Progression* ヲナスコトガ從フ。

(III) 林先生御論文 (*Annals of Math.* vol. 22, p. 213) ノ圖デ角ガ次ノヤウニ分ル。

今 Om ヲ r トシ TM ノ延長ヲ MA トシ T_1M_1 ノ延長ヲ M_1B トスレバ

$$\angle mMA = \frac{\pi}{2} - \mu, \quad \angle OMT = \mu,$$

$$\angle TOM = \frac{\pi}{2} - \mu, \quad \angle mOM = \frac{\pi}{2} - \mu,$$

$$\angle Omm_1 = \pi - 2\mu, \quad \angle mm_1O = \pi - 2\mu_1,$$

$$\angle mOm_1 = 2\mu + 2\mu_1, \quad \angle M_1m_1B = \mu_1,$$

$$\angle BM_1m = \frac{\pi}{2} - \mu_1, \quad \angle T_1M_1O = \mu_1,$$

$$\angle m_1OM_1 = \frac{\pi}{2} - \mu_1, \quad \angle T_1M_1O = \mu_1,$$

$$\angle T_1OM_1 = \frac{\pi}{2} - \mu_1$$

トナル、ソコデ考ヘル卵形線ニ向ツテハ

$$r\sin^2\mu + \frac{r\sin 2\mu \cdot \sin^2\mu_1}{\sin 2\mu_1} = \text{const.}$$

即チ

$$\frac{r\sin 2\mu}{2}\left[\tan\mu + \tan\mu_1\right] = \text{const.}$$

ガ成立スルコトニナル。

(IV) E. K. Haviland ガ *American Journ. of Math.* LV, p. 332 ニ於テ論ジテイルコトヲ

$$(1)\quad \bar{h}(\phi)=\sum_{i=1}^{n} a_i h_i(\phi)$$

ニツイテモ同様ニ論ゼラレル、コヽニ a_i ハ常數デアル。

(1)ト Haviland ノ場合ノ

$$(2)\quad h(\phi)=\sum_{i=1}^{n} h_i(\phi)$$

カラ

$$(3)\quad r(\phi)=\frac{\sum_{i=1}^{n} a_i h_i(\phi)}{\sum_{i=1}^{n} h_i(\phi)}=\frac{\bar{h}(\phi)}{h(\phi)}$$

ヲツクルトキハ，r ハ R.—Abstand デアツテ，r ハ明カニ bewichteten arithmetischen Mittel ニナル。

尚 (3) ノ代リニ

$$(4)\quad \frac{\int_0^{2\pi} p(t)\,a(t)\,dt}{\int_0^{2\pi} a(t)\,dt}$$

ヲ考ヘルコトモ一ツノ問題デアル。トモカク (3) 或ハ (4) ノ相ニシテ相對微分幾何ヲ考ヘル、ソシテ各ノ場合ニ S, σ, ρ, $I(\varphi)$ 等（日本數學輯報 4, p. 59 ノ Süss 氏ノ記号）ヲ求メテ R.— Geometrie ヲ考究スルコトガ出來ル、多元次ノ場合モ同様デアル。

(3) ノ場合ヲ考ヘ

$$\frac{ds}{d\sigma} = \rho = \frac{\sum a_i \rho_i}{\sum \rho_i},$$

$$2I(\mathfrak{K}) = \oint \frac{\sum a_i \rho_i}{\sum \rho_i} \frac{\sum a_i h_i}{\sum h_i} d\sigma$$

デアル、而シテ R.-Scheitel ニ向ッテハ

$$\rho' = 0$$

デアル。